

۱- اگر نقاط $A(2, 0, 3)$ ، $B(1, -1, 2)$ و $C(-1, 3, 0)$ رأسهای مثلث ABC باشند
آنگاه اندازه‌ی میانه‌ی نظیر ضلع BC چه قدر است؟ (۱ نمره)

۲- اگر $|\vec{a}| = 2\sqrt{2}$ و $|\vec{b}| = 1$ و بردارهای $\vec{a} + \vec{b}$ و $\vec{a} - \vec{b}$ هم اندازه باشند آن گاه اندازه‌ی $\vec{a} + \vec{b}$ کدام است؟
(۵/۱ نمره)

۳- اگر $|\vec{a}| = 5$ ، $|\vec{b}| = 4$ و حاصل ضرب داخلی بردارهای \vec{a} و \vec{b} برابر با ۱۰ باشد آنگاه مساحت مثلثی
که بر بردارهای \vec{a} و \vec{b} بنا می‌شود، چقدر است؟ (۲ نمره)

۴- خط $x - 2 = y - 1 = z + 1$ صفحه‌ی xOz را در نقطه‌ی A قطع می‌کند. فاصله‌ی این نقطه
از مبدا چه قدر است؟ (۱ نمره)

۵- معادله‌ی صفحه‌ی شامل نقطه‌ی $A(2, 1, 1)$ و خط $d: \frac{x-1}{2} = y = z + 2$ را به دست آورید.
(۲ نمره)

۶- معادله‌ی دایره‌ای که مرکزش نقطه‌ی $C(1, -1)$ بوده و بر خط $y = 2x + 2$ مماس باشد، چه گونه
است؟ (۲ نمره)

۷- معادله‌ی یک هذلولی را به دست آورید که نقاط $A(2, -1)$ و $A'(-2, -1)$ رأسهای آن و خروج از
مرکزش $2\sqrt{2}$ باشد. (۲ نمره)

۸- معادله یک مقطع مخروطی به صورت $x^2 + 6xy + y^2 - 8 = 0$ است. معادله را استاندارد کنید و فاصله کانونی این مقطع مخروطی را حساب کنید. (۵/۲ نمره)

۹- ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 3 \\ -1 & 4 & 1 \\ 9 & -7 & 5 \end{bmatrix}$ را به صورت مجموع یک ماتریس متقارن و یک ماتریس پادمتقارن

بنویسید. (۵/۱ نمره)

۱۰- تساوی‌های زیر را بدون بسط دادن دترمینان ثابت کنید. (۲ نمره)

$$\text{الف) } \begin{vmatrix} 1+x & y & z \\ x & 1+y & z \\ x & y & 1+z \end{vmatrix} = 1+x+y+z$$

$$\text{ب) } \begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ 1 & y & y^2 \\ 1 & z & z^2 \end{vmatrix} = (x-y)(x-z)(z-y)$$

۱۱- دستگاه معادله‌ی $\begin{cases} 2x - y + z = 2 \\ x + 3y - z = 6 \\ 3x + y + 2z = 5 \end{cases}$ را به یکی از روش‌های کرامر یا گاوس حل کنید. (۵/۲ نمره)